

EPFL

Rappel : Calcul d'une force :

— Dérivée de l'énergie :

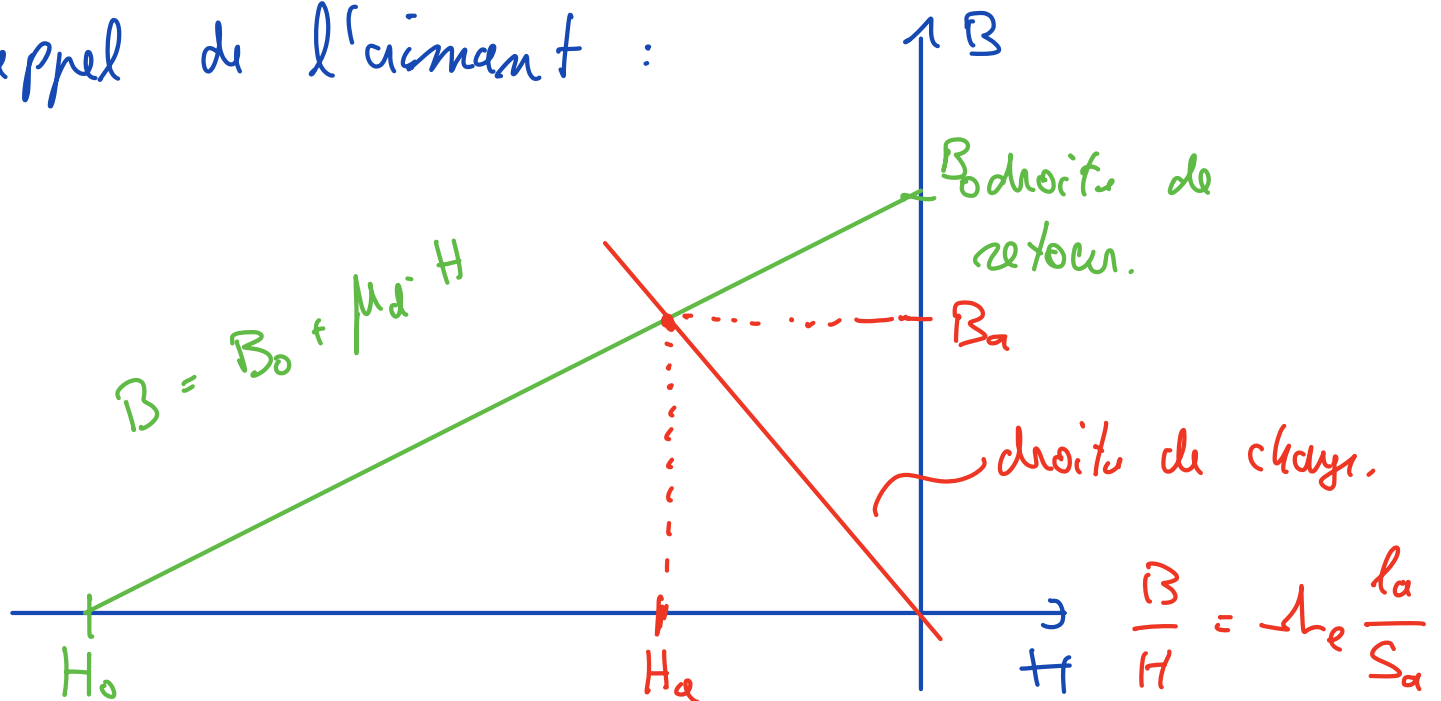
$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2 = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} Q_b^2$$

$$L = \frac{\mu \cdot S}{l}$$

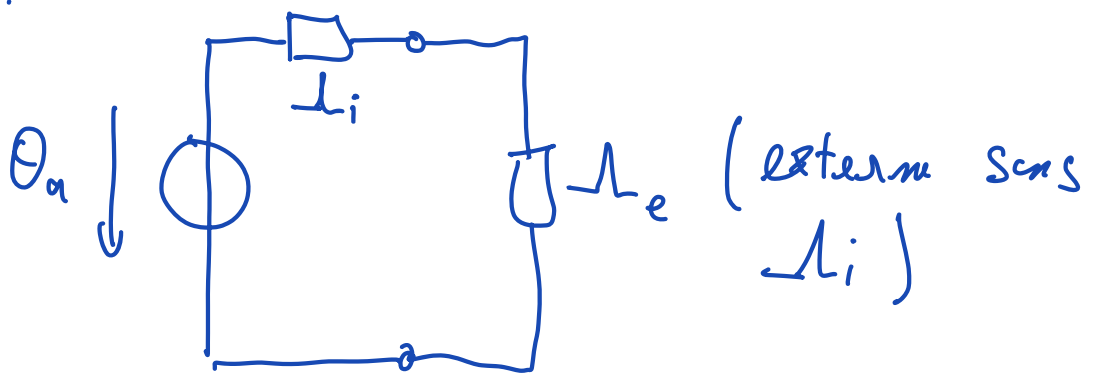
— Tenseur de Maxwell :

— Laplace

Rappel de l'aimant :



Modèle :



$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL_{tot}}{dx} \Theta_a^2$$

Si on a aimant et bobine ensemble :

$$\overline{F}_x = \frac{1}{2} \frac{d\mathcal{L}_b}{dx} Q_b^2 + \frac{1}{2} \frac{d\mathcal{L}_a}{dx} Q_a^2 + \frac{d\mathcal{L}_{ab}}{dx} Q_a Q_b$$

équivalent à Laplace

$$F = \frac{d\mathcal{L}_{ab}}{dx} Q_a \cdot Q_b$$

$$u = R \cdot i + \frac{d\psi}{dt}$$

$$= R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{d\psi_{ab}}{dt}$$

Tension induite
de transformation
Tension
induite de mouvement

$$\frac{d\psi_{ab}}{dt} = \frac{d(N \cdot \Phi_{ab})}{dt} = \frac{d(N \cdot Q_a \cdot \mathcal{L}_{ab})}{dt}$$

$$= \underbrace{N \cdot Q_a \cdot \frac{d\mathcal{L}_{ab}}{dx}}_K \cdot \frac{dx}{dt} = K \cdot v = U_{\text{induct}}$$

$$K = N \cdot Q_a \cdot \frac{d\mathcal{L}_{ab}}{dx} = \frac{\overline{F}_x}{c}$$

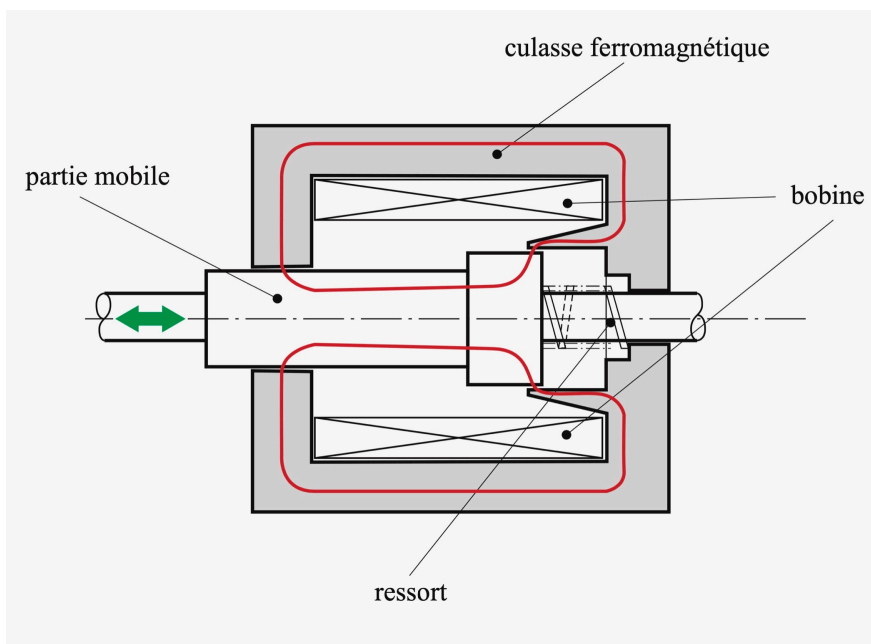
$$\Rightarrow \overline{F}_x = k \cdot i$$

Classification :

basé sur l'observation de l'aimant :

1. Sans aimant
2. Avec aimant
 - Fixe
 - Mobile

a) Système sans aimant : Réducteur



$$\overline{F} = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} \cdot i^2 = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} Q_b^2$$

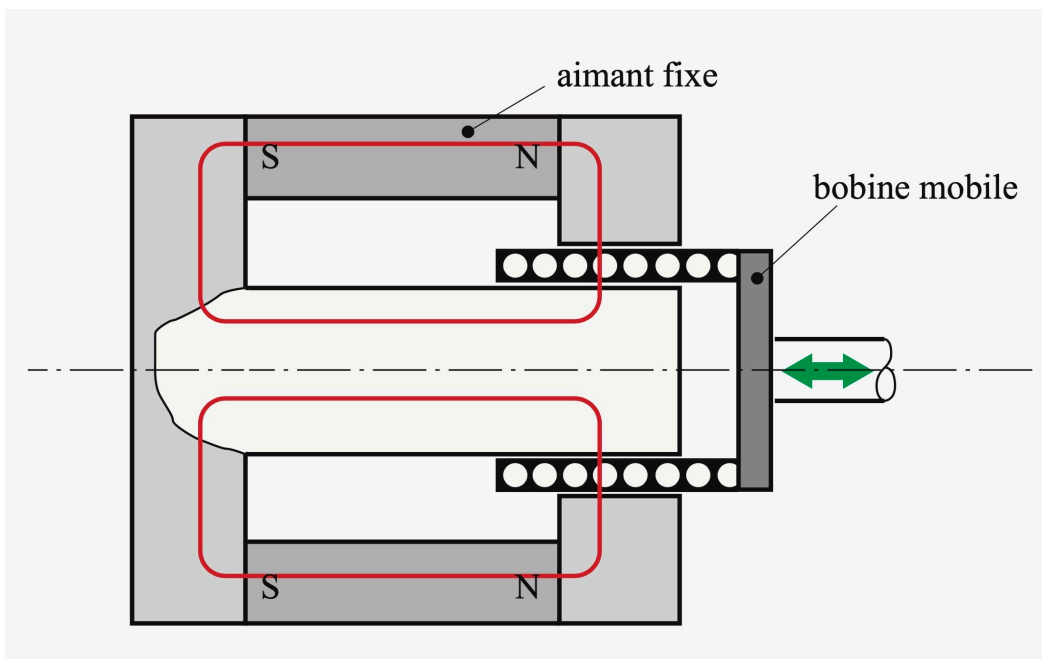
Avantage : - ben merci

Inconvénient - rendement mauvais

- Bruit

- $F \sim i^2$

b) Système Electrodynamique (Voie-coil)
on a 1 bob et 1 aimant fixe
 L_s mobile.



$$F_x = \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \mathcal{Q}_a \cdot \mathcal{Q}_b = N \cdot i \cdot l \cdot B_s$$

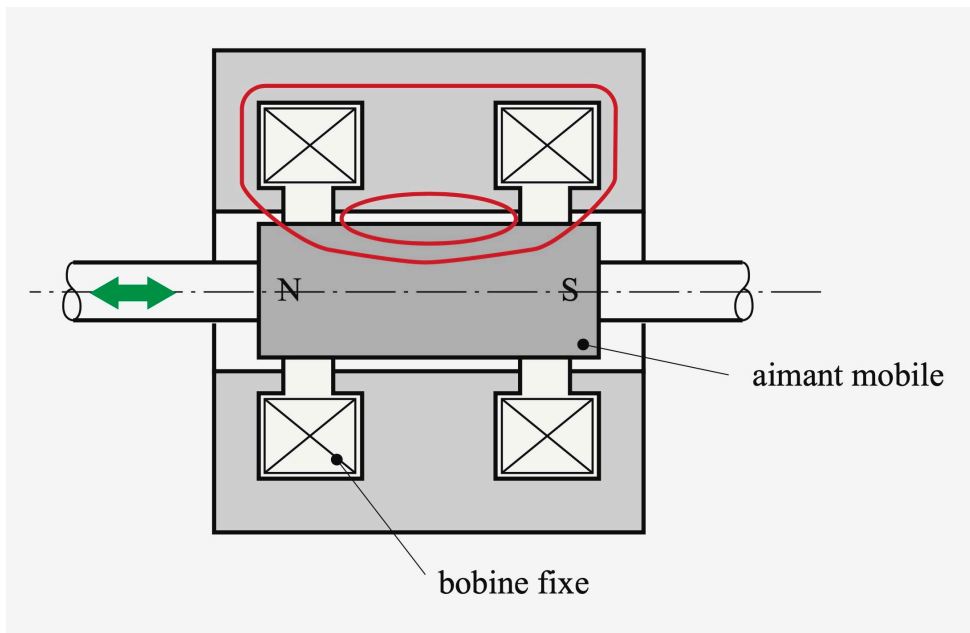


Laplace $\rightarrow$ à utiliser !!

Avantage : - 2 dimensions
 - $F \sim i$

Inconvénient : - bobine à guider
 et à alimenter

c) Système Electromagnétique :
 bobine fixe et aimant mobile



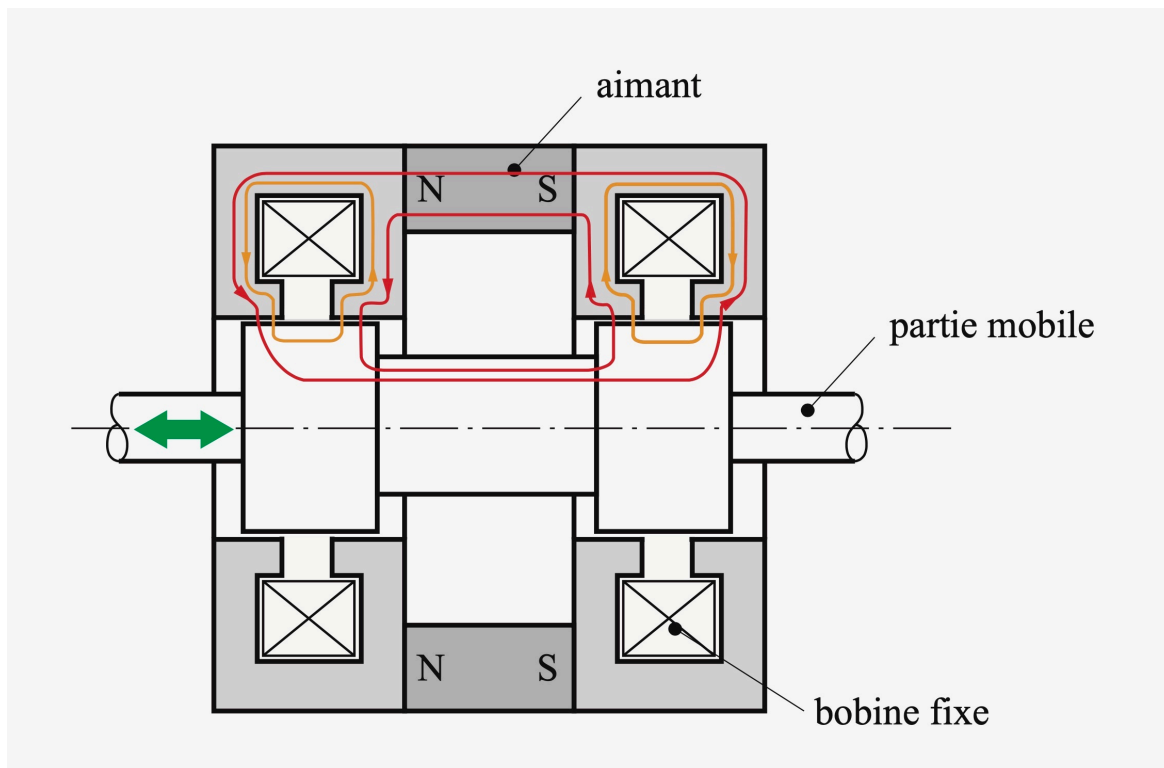
$$F_x = \underbrace{\frac{d\lambda_{as}}{dx} \Phi_a \cdot \Phi_b}_{\text{Laplace}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{d\lambda_a}{dx} \Phi_a^2}_{\text{parasite}}$$

Avantages : - grande densité de force
- rendement élevé

Inconvénient : - aimant à guider

d) Système Réducteur polarisé ou hybride

- aimant et bobine fixe
- partie métallique mobile :



$$F = \frac{1}{2} \frac{dL_b}{dx} Q_b^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_a}{dx} Q_a^2 + \frac{dL_{ab}}{dx} Q_a Q_b$$

Avantage : - bon rendement

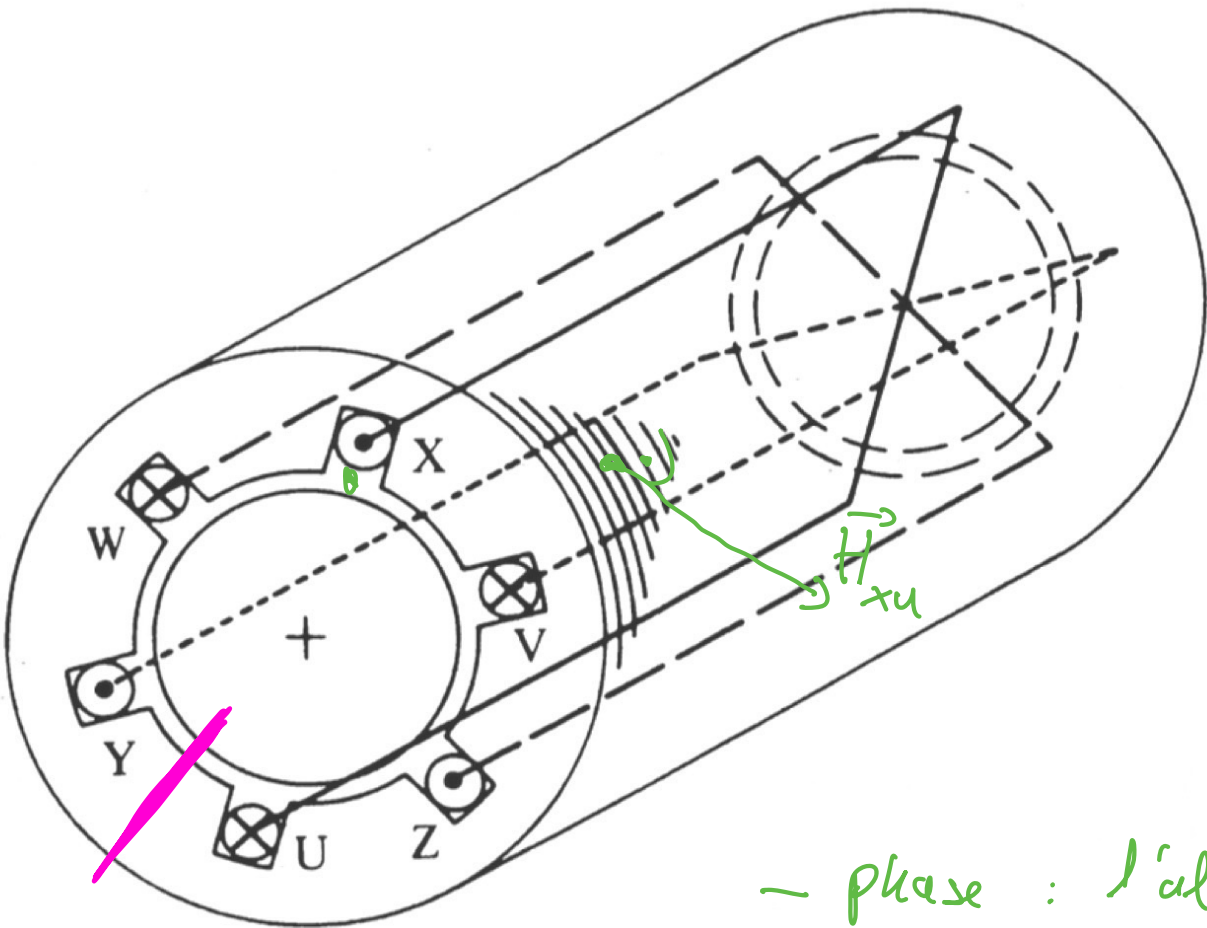
— fonctionne pas u' pas

Inconvénient : — bruit

—

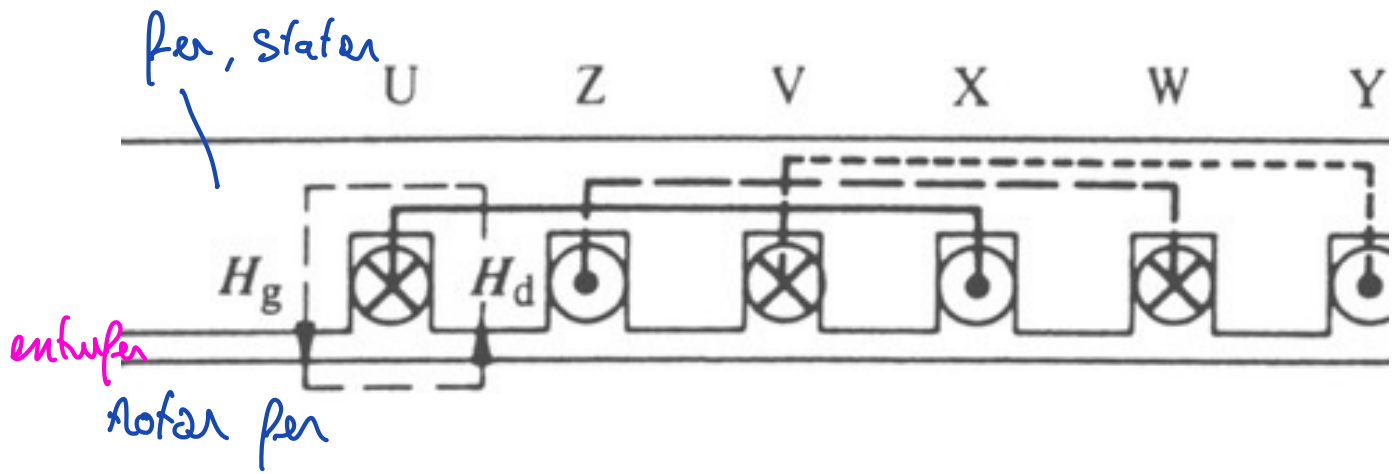
7. Champ tournant

conversion : $E_{el} \rightarrow E_{mec}$
 $E_{mec} \rightarrow E_{el}$



- 6 encoches
- 3 phases

- phase : l'alimentation
- pôle : Champ magnétique.

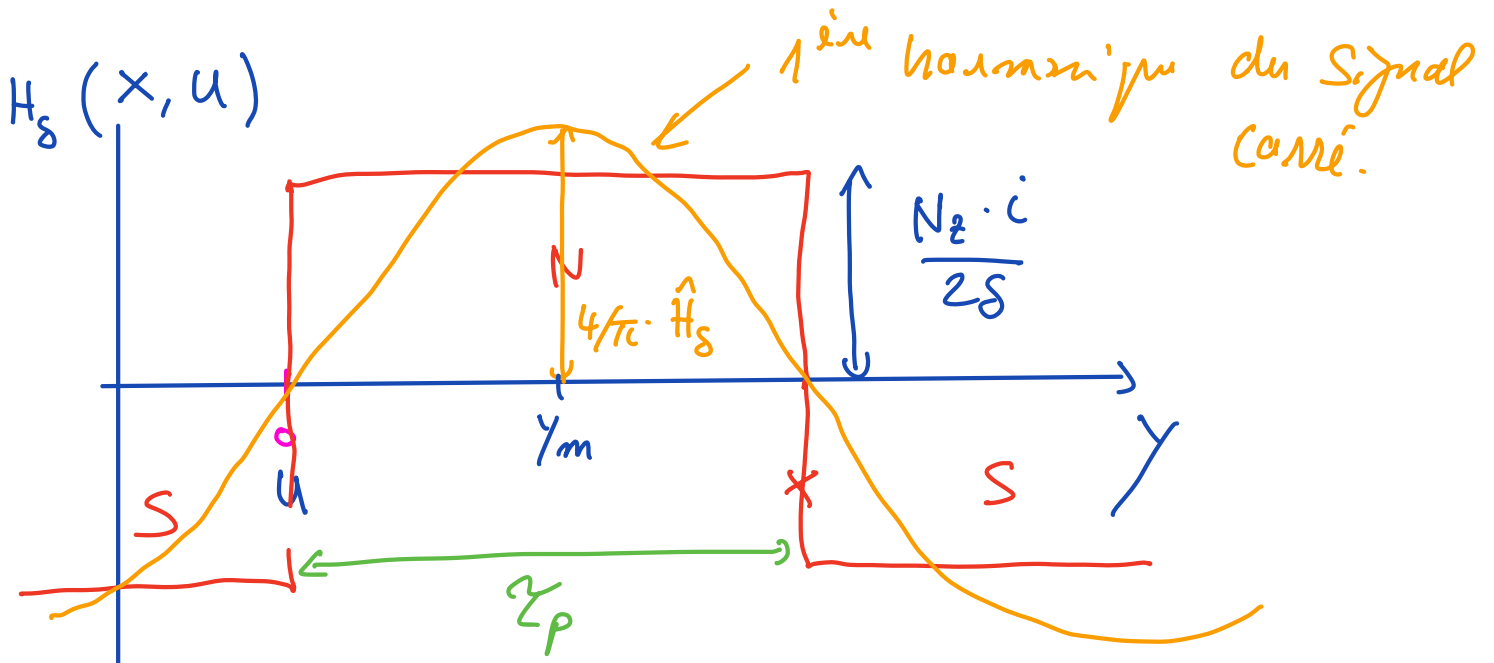


- hypothèses :
- pas de frotte, frotte
 - $\mu_{\text{fer}} = \infty$
 - $\perp$ à la surface

$$\oint H dl = \Theta_b \Rightarrow H_g \cdot \delta + H_d \cdot \delta = N_z \cdot i$$

$$H_g = H_d \rightarrow H_g = \frac{N_z \cdot i}{2\delta}$$

=====



y : abscisse circulaire des d'entref.

τ_p : largeur d'un pôle, pas polaire

Eq. Fondamental:
$$^1 H_{ux} = \frac{4}{\pi} \hat{H}_s \cdot \sin \frac{\pi y}{\tau_p}$$

Phase UX:
$$^1 H_{ux} = \frac{4}{\pi} \frac{N_z \cdot i}{2s} \cdot \sin \frac{\pi y}{\tau_p}$$

$$i = \hat{I} \sin(\omega t)$$

$$^1 H_{ux} = \underbrace{\frac{4}{\pi} \frac{N_z \hat{I}}{2s}}_{^1 \hat{H}} \cdot \underbrace{\sin \frac{\pi y}{\tau_p}}_{\text{Spatial}} \cdot \underbrace{\sin(\omega t)}_{\text{temporel}}$$

On prend les 2 autres phases, alimentés avec 2 autres sinus déphasés de 120° .

$$^1 H_{ux} = ^1 \hat{H} \sin \frac{\pi y}{\tau_p} \cdot \sin \omega t$$

$$^1 H_{uy} = ^1 \hat{H} \sin \left(\frac{\pi y}{\tau_p} - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$H_{wt} = H \sin\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\omega t - \frac{k\pi}{3}\right)$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$H_{ux} = \frac{1}{2} H \left[\cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \omega t\right) - \cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} + \omega t\right) \right]$$

$$H_{uy} = \frac{1}{2} H \left[\cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \omega t\right) - \cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} + \omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

$$H_{wt} = \frac{1}{2} H \left[\cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \omega t\right) - \cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} + \omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$H_{tot} = \frac{3}{2} H \cos\left(\frac{\pi y}{\lambda_p} - \omega t\right) - 0$$

espace
temps

- Onde magnétique progressive
- Champ tournant

↑
Onde magnétique rétrograde

Vitesse du champ tournant :

y : abscisse angulaire.

y_m : Maximum du champ tournant.

$$\cos \left(\underbrace{\frac{\pi y_m}{\hat{z}_p} - \omega t}_0 \right)$$

$$y_m = \frac{\omega \cdot \hat{z}_p}{\pi} \cdot t$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$V_m = \frac{dy_m}{dt} = \frac{\omega \cdot \hat{z}_p}{\pi} = 2 \cdot f \cdot \hat{z}_p$$

$$2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \hat{z}_p$$

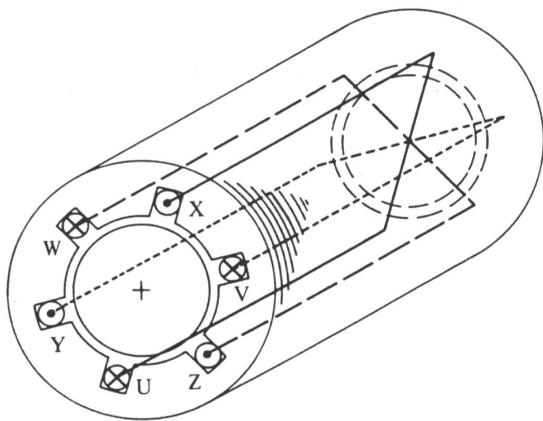
↑
rayon
moyen de
l'entrefer.

$$\rightarrow r = \frac{\hat{z}_p}{\pi}$$

$$\Omega = \text{vitesse de rotation} = \frac{V_m}{r}$$

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \omega$$

- Généralisation :



$\mu \quad z \quad v \quad x \quad w \quad y \quad \mu \quad z \quad v \quad x \quad w \quad y$

1 période

1 période

2 pôles

2 pôles

2 pôles

2 pôles

2 pôles

2 pôles

4 pôles $\Rightarrow p = 2$

4 pôles $\Rightarrow p = 2$

$2p = \text{nb de paires de pôles}$

$p = \text{nb de pôles}$

$$(2\pi n = 2\tau_p)$$

$$\lambda_p = \frac{2\pi\lambda}{2p} = \frac{\pi \cdot \lambda}{p}$$

Vitesse du champ tournant: $\Omega = \frac{\omega}{p}$

$p = 1$ $f = 50 \text{ Hz}$ $\omega = 314$ $\Omega = 3000 \text{ t/min}$

$p = 2$ " " $\Omega = 1500 \text{ t/min}$

$p = 6$ " " $\Omega = 500 \text{ t/min}$

Sens du champ tournant :

"normal" $\cos\left(\omega t - \frac{\pi y}{\lambda_p}\right)$

$$v = \frac{\omega \cdot \lambda_p}{\pi}$$

"permuté" $\cos\left(\omega t + \frac{\pi y}{\lambda_p}\right)$

$$v = -\frac{\omega \cdot \lambda_p}{\pi}$$

- Tension induite de mouvement :

$$\begin{aligned} \text{1 phase} \quad u &= R \cdot i + \frac{d\psi}{dt} \\ &= R \cdot i + u_i \end{aligned}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = N \frac{d\Phi}{dt}$$

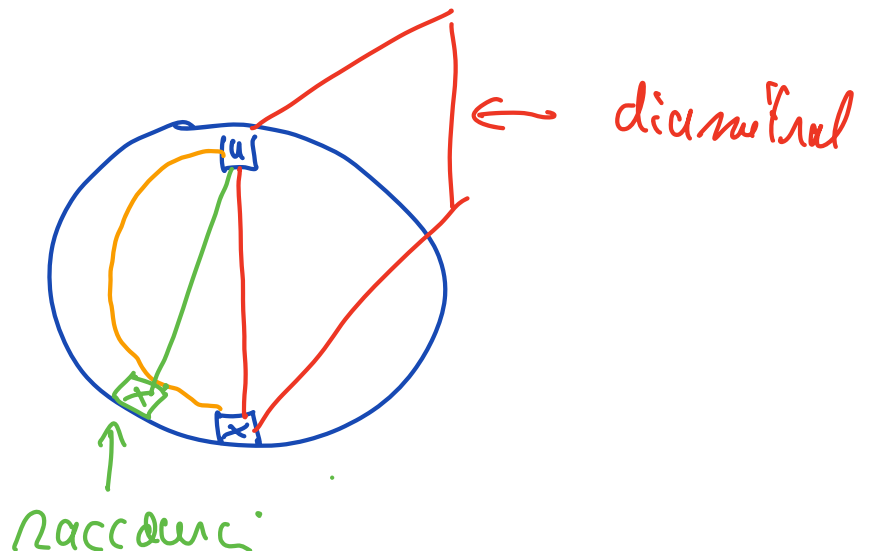
Le fondamental du Flux :

$$\hat{\Phi}(t) = \hat{\Phi} \sin(\omega t)$$

$$u_i(t) = N \cdot \omega \hat{\Phi} \cos(\omega t)$$

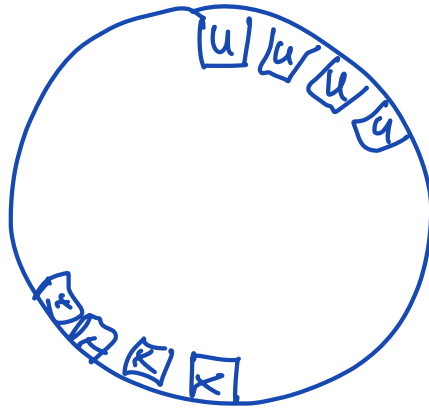
$$\hat{u}_i = N \cdot \omega \hat{\Phi} = N \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \hat{\Phi}$$

Bobinage :



a) Raccourcissement : Simplifier.
le bobinage en allant par exemple
dans l'encoche d'à côté.

b) Distribuer le bobinage : action
de remplir au maximum l'espace
à disposition.



Résultat :

K_s raccourcissement.

K_2 distribution.

$K_w = K_s \cdot K_2$ coefficient de bobinage.

Si Diamétral $\rightarrow K_w = 1$

exemple 12 encoches, 8 pôle : $K_w = 0,86$

$$\rightarrow \hat{u}_1 = 2\pi f N \hat{\phi} K_w$$

→ conditions pour un champ tournant :

— Système polyphasé
phases décalées géométriquement.

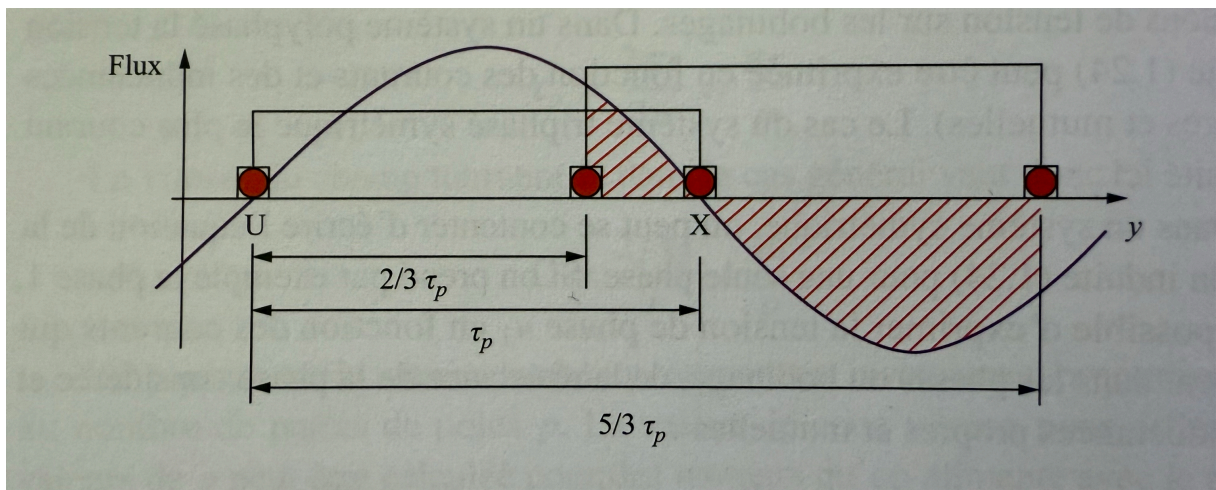
— Alimentation variable des
phases déphasées dans le temps

m phases : décalage géom : $\frac{2\pi}{m}$
" temps : $\frac{2\pi}{m}$

Sauf pour 2 phases : $\frac{\pi}{2}$

— Eq. de tension avec 3 phases :

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{13} \frac{di_3}{dt} + \frac{d\psi_{sr}}{dt} \leftarrow \begin{matrix} \text{Mutuelle} \\ \text{Stator} \\ \text{rotor.} \end{matrix}$$



$$\rightarrow \mathcal{L}_{12} = -\frac{1}{2} \mathcal{L}_{11}$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$\rightarrow \mathcal{U}_1 = R_1 \cdot i_1 + L_S \frac{di_1}{dt} + \frac{d\psi_{sn}}{dt}$$

$$L_S = \frac{3}{2} \mathcal{L}_{11}$$

— Conditions pour l'obtention d'un couple : $\Rightarrow \bar{\Pi} > 0$

champ tourment : $\vec{H}, \vec{B}, \vec{\Theta}$

$$\left(\Theta = \int H dl \right)$$

Potential Negative Impact:

$$\hat{O}_S = \hat{O} \sin \left(\omega_S t - \frac{\pi \gamma}{\lambda_{\varphi}} \right)$$

Au rotor, on imagine un bobinage qui crée aussi $2p$ pôles à la pulsation ω_n

$$B_n = B \sin \left(\omega_n t - \frac{\pi y'}{\lambda_p} - \alpha \right)$$

Coupl : Lagrpl : $\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$
 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

$$\eta = \alpha \ell \hat{\theta} \hat{B} \sin \left(\omega_s t - \frac{\pi y}{\lambda_p} \right) \sin \left(\omega_s t - \frac{\pi y'}{\lambda_p} - \alpha \right)$$

$$y = y' + \Omega n \rightarrow y' = y - \Omega n = y - \frac{\Omega p \epsilon_p}{\eta}$$

$$2\pi\lambda = 2\rho\zeta_p \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{\rho \cdot \zeta_p}{\pi}$$

$$\frac{\pi y'}{\lambda_p} = \frac{\pi y}{\lambda_p} - p\Omega$$

$$P = \frac{1}{2} l \hat{O} \hat{B} \sin\left(\omega_s t - \frac{\pi\gamma}{\tau_p}\right) \sin\left(\omega_a t - \frac{\pi\gamma}{\tau_p} + p\Omega t - \alpha\right)$$

$$P = \frac{1}{2} l \hat{O} \hat{B} \cos\left[\left(\omega_s - \omega_a - p\Omega\right)t - \alpha\right] - \cos(\dots)$$

$\bar{P} = ?$ non null.

$$\omega_s - \omega_a - p\Omega = 0$$

$$\rightarrow \bar{P} = \frac{1}{2} l \hat{O} \hat{B} \cos \alpha$$

$$1) \omega_a = 0$$

(aimant permanent) :

$$\rightarrow \Omega = \frac{\omega_s}{p}$$

↑ vitesse du rotor

$\Rightarrow$ Moteur Synchron

$$2) \omega_s = 0$$

aimant au stator et bobine

en effet:

$\Rightarrow$ Potenti à courant continu.

$$3) \quad \begin{array}{l} \omega_1 \neq 0 \\ \omega_s \neq 0 \end{array} \quad \rightarrow \quad \Omega = \frac{\omega_s - \omega_1}{p}$$

$\Rightarrow$ Pot. asynchrone.